

Regula falsi

Válasszunk egy számot, és szorozzuk meg önmagával, majd folytassuk az eljárást úgy, hogy a kapott eredményeket újra és újra megsorozzuk a kiindulásvett számmal. Ha például a hármassal kezdünk, akkor az első lépésben kilencet kapunk, s még háromszor ismételve az eljárást, $9 \times 3 \times 3 \times 3$, az az 243 lesz az eredmény. Egy szerű dolog ez, mindeki el tudja végezni, aki ismeri a szorzótáblát, vagy le tudja olvasni kézi számológép adatait. Azt mondjuk, hogy 3 ötödik hatványa 243, és ezt a jótételet vídámán el tudjuk játszani akármelyik számmal, elismerve, hogy nagyobb számból kiindulva sok lesz az írásunka, de hát célirányosan megy a dolog. Kiindulunk valahonnan, és rövidebb-hosszabb idő alatt eljutunk valahova. Ránécskálunk jelekre meg homlokunkon, amikor valaki a visszaútról kezd érdeklődni, és, például, így szól: Ugyan melyik számot kell ötször tényezővé tenni ahhoz, hogy – egy szerű ség kedvéért – 100-at kapjunk? A kettes kicsi, a hármassal nagy. Ekkor a tizedesjegyeket hívjuk segítségül, és elkezdjük a mondatot: 2,1 kicsi, 2,2 már nagy. Nincs egyenlőség. Századrészeket veszünk: 2,51 kicsi, de hopp, 2,52 már nagy. Megállunk, és rájövünk: ennek sohasem lesz vége. Számolhatunk addig, ameddig akarunk, sohasem fogjuk tudni pontosan, hogy melyik az a szám, amelyet ötször véve tényezővé, 100 jönne kiszorzatnak.

Hogy ne legyen a gyerekeknek, alapodjunk meg abban, hogy ezt az ismeretlen számot a 100 ötödik gyökének nevezzük, s jelezzük ki, hogy meg a látsza az „x az ötödiken egyenlő száz” egyenlet megoldását jelenti. Azt már sejtjük, hogy a megoldás vég nélküli munkát jelez, még akkor is, ha legjobban számológépeinket állítjuk csatasorba. Az meg teljesen lehangoló, ha egy, a szakmában járatos ember azt állítja, hogy az általánosanabb ötödik gyök egyenlet elvi okokból sem oldható meg a négy alapművelet és gyökjel segítségével alkalmaszárval. Itt még csak közönséges hatványok traktus össze, algebrái egyenlet írtunk fel, s hol van nekünk még azok az egyenletek, amelyekben algebrailag ki sem fejezhető a függvényeknek elő. Bizony, ha már be látja a végember, hogy be kell érnie a teljes ismeret-törredékével.

Törekedjünk hát minél nagyobb törredékre. Megalkotjuk a közelelítő számítások elméletét, és rá szabunk nálra szababb mód szerkesztése ki arra, hogy mi nélkül rövidebb idő alatt jussonk el oda, ahová elődeink nagy fáradsággal értek el. Hatékonyabb képleteket írunk fel, és felhasználjuk a Földünket

egy másodperc alatt hét-szer megkerülő fény sugar száguldását. Sokszor már nincs is szükségünk arra a pontoságra, amellyel egy számot is mérünk. Összefont karokkal ülve nézhetjük, amint gépeink 10–20–100 ezer tizedes pontossággal hátrózzák meg – mondjuk – a pi értékét.

L'art pour l'art – mondaná erre a 19. század csillagásza, akinek 15 jegy is elég volt számításai végzéséhez. De hát vannak elméleti matematikai kutatások, ahol az általánosítások is merev sohasem áll meg, és elismeréssel jutalmazzuk azokat, akik éppen frissen pontosítottak egy számértéket, vagy léptek egyet a végtelen felé. Ügyes műfogások, szellemes ötletek, fáradságos munkák jelzik azt az utat, amelynek során időnkint terjedelmes közlemények adják tudtunk, hogy valami velőtöbbit is mérünk abba az álmvilágba, amit matematikának neveznek. Mindeközben igen szerényen elismerjük, hogy tudásunk határolt, mert nem tudjuk leírni tizedesjegyekkel egy egységoldalú négyzet átlójának hosszát. Az átló ott van a szemünk előtt, meg is foghatnánk, és mégis, ravaszul, egy kicsivel mindig ki siklik a tízujjunk közt.

Visszagondolunk az egykori kezdetekre, arra az időre, amikor Archimedes beírta a sokjegyű pi helyett $22/7$ -del, bár tudott olyan mesterfogást, amellyel megragadta a végtelen kicsinyek végtelen halmazát. Visszagondolunk arra, hogy egész mai, könyvtári polcokat megtöltő számítástudományunk abból a gyarló próbálkozásból ered, hogy egy görbedarabot egyenlő pótoltunk, s ezáltal, ha hibásan is, de meg tudtunk határozni valamit. Megszületett az első szerkesztés, amely nekünk nem is lett. Regula falsi. Valami velőhosszabbban: regula falsi propositionis, a hamis állítás, a hibás kezdet, a téves indoklás bánya. A feladat ugyan is ott áll előttünk, tenünk kell valamit, hogy legalább első elképzelésünk legyen a dolgok állásáról. Szerények leszünk. Tudjuk, hogy tévedéssel, hibával terhelt az indulás, de dolgozni kezdünk. Jó szerencsével sok minden törtenhet, s ha nem, akkor is előrébb vagyunk.

Regula falsi propositionis. Miért is került sor erre a gyarlóságra?

Vannak az életben céltudatos, egyes cselekvések. Számokat veszünk, és csinálunk velük valamit. Tég látvársárolok, és egy másra rakom őket. Fogalmakat hozok létre, és elméletet sikeríték belőle. Mondom a magamét, módszereken, csendesen vagy indulatosan, és meg akarom győzni hallgatóimat. Céltudatos vagyok, erős vagyok, határozott vagyok, magabiztos vagyok, alkotó vagyok. Azán megfordul a helyzet,

szembe szölk egy nem sejtett egyenlettel, amely vagy én, vagy más vagy a kihelezett az asztalomra. A benne lévő ismeretlen fürkészve néz rám rejtekből, s tétova mozdulataimra visszahúzódik. Titokzatos. Egyenletbe burkolta magát, és azt kérdezi: Megismersz? Legalább valamennyire? Ha még így sem, akkor érek nem ked annyit, hogy közeledni akarj, s valamilyen tudj is hozám? Óvatosan, de állhatatosan. Tudom, hogy nem vagy csodatevő. Akarod elkezdeni?

Regula falsi propositionis. Elkezdjük. A kisdíjak régebben éneklő hangon recitálták óra előtt az egyszerűet, több-kevesebb sikerrel bajlódta a képletekkel megadott egyenletek megoldásával, és nem szereték a szöveg feladatok. Pedig az élet egyenlet szöveg egyenletek. A termetzet ugyan nem használza a kat, mi kölcsozóziük nek, az ember gondok azonban megjelennek saját mondataik ruhájában. Megtöbbszöröződik a feladat. A beszélőnek mondatba kell foglalnia érzését, látását, tudását. Nekünk el kell tudnunk olvasni ezt a mondatot, utána értelmet, megtalálni benne a lényeges pontokat, közeledni azok meghatározásához. Hány hibalehetőség, félreértés alkalom nehezíti meg az előrehaladást! Amint a közelítéselméletben vannak vonzó, illetve taszító pontok, amelyekből kiindulva össze tartó vagy szét tartó az eljárás, úgy áll minden párbeszéd elején az alternatíva: jobban megértjük-e egy mást, vagy egyre inkább növekszik a távolság a beszélgetést folytató felek között. A lehető ség fenn áll, fi gyelni kell, hogy el ne veszítsük a konvergencia lehetőségét.

Miben bízhatunk? Tán abban, hogy tökéletesek leszünk? Mesteri kézzel kezeljük a nehézkérséket, biztosan tapintunk rá a lényegre? Az élet a tudomány nem ezt bizonyítja. Varázslókat csak a szemfényvesztés vagy a volunтары tagondolkozás is mer. Tudunk azonban vala mit: a töredékes embert a túrlemes gondolkodás töredékes eredményei is kiélégtetik. Hiszen ha másodpercenként 24 képet vetítenek elénk, megkaphatjuk a mozgás élményét. Számunk számára már nem az lényeges többlet, ha másodpercenként ezer vagy két ezer kép fut el előttünk. Nincs szükség emberfeletti erőfeszítésre, de annyira igen, hogy megmozduljanak a me reválások. Ne várjuk a tökéleteséget, de annyit igen, hogy körvonalat kapjanak az addig ismeretlen részletek. A töredékes fel-tárisis elvezethet addig, hogy örüljünk tudunk az ért eredménynek, s ebben a munkában megtanuljuk megbecsülni egy más szerény, de állhatatos igyekezetét. Majdhogynem azt

kell mondanom, hogy az emberi kapcsolatok számára az igyekvő jószándék fontosabb, mint a biztos tudás, mert a hűség igyekezet azt sejteti, hogy túl juthatunk minden határon. Évezredek türelmes keresőmunkából lettek naggyá a tudományok akkor is, ha nem tudnak válaszolni sok kérdésre, de éreztetik velünk, hogy segítségükkel előre juthatunk. Türelmes napi munka az alapja mindennek. Újra és újra szemügyre venni feladatainkat, és kérdezni. A haladás nemcsak abban van, hogy ne keményen igazságaim, ha nem abban is, hogy megpróbálom megérteni mások kijelentéseinek igazságát is. Beszélni könnyebb, meghallgatni nehezebb. Türelmes szorgalmat kell kívánnunk minden tanítónak-tanárnak, politikusnak, apostolnak, hitszónoknak és prófétának, mert eljön az életnek az a szakasza, ami kor nem a tanítványok lelkének ismétlése, felmondása a feladatunk, hanem a kérdésekben, élethelyzetekben jelentkező ismeretlen gondok felismerése. A gyakorló orvos élete, a vizsgák letétele után, minden napos, állandó szembesülés, feladatmegoldás, jobb vagy kevésbé sikeres gyógyítás, képességei határáig. A felnőtt ember örök feladatmegoldó. S amennyivel több az emberi lélek egy matematikai egyenletnél, annyival biztosabban vehetjük, hogy lépéseink tévák, gyakorta hibásak, pontatlanok lesznek, de a kitarítás, az ismételt újrakezdés pótolhatja töredékességünket, és a holnap megvalósítja a mátt. Mi a fontos? Hűség a módszerhez, hűség a feladathoz, türelem és állhatatosság a mindennapi munkában.

A természet kutatója ezzel a hűséggel ül le mindennap mikroszkópja és műszerei elé. Tudja, hogy nincs pontos mérés, csak leolvasott adat elfogadható hibahatárral. Ebből kiindulva kell tovább gondolkodnia, terveznie, kiegészítenie a kutatónak szerénynek kell lennie, bármilyen szép elképzeléseket táplál is, bármennyire sejti is, hogy merre van a helyes út, mert nem ő, hanem a vele szembenálló természet fogja megmondani, mi az igazság. Szerénynek kell lenni, mert tudnunk kell, hogy nem az elképzeléseinkhez való konok ragaszkodásban, hanem a tényekhez történő becsületes igazodásban rejlik az igazság. Jó annak, aki tud kételkedni, aki tudja, hogy nem az abszolút igazság ismeretében ül le megismerésre való szándékkal. Képzeloerő és előfeltevés nélkül, persze, meg sem indulhatunk, mindig szükséges egyfajta előítélet, de az is fontos, hogy idejében szabadulni tudjunk a kikezdett előítéletektől, mert nem az a döntő, hogy igazolódna-e az okos hipotéziseink, hanem az, hogy merre van az igazság.

Hány válaszra van szükségünk kérdéseink feltevésén, amíg végre fel tudjuk tenni a helyes kérdést! Azt a kér-

dést, amelyre olyan választ kapunk, hogy utána ér több vagy ér több kérdés-sorozatot indíthatunk a következő helyes kérdésig, amelyet ismét megértesít majd egy egyetértő felelet. Mintha újabb és újabb jegyekkel lépneink tovább a tudás útján. Hány türelmes, árnyalt mondatot kell kimondani, míg beszélgető tárunk azt mondja: Így van, jól látod a helyzetet. Vajon hány téves előfeltevésünktől kell megszabadulnunk, hogy barátunk rábólintson szavunkra: Egyet értünk. A közélet tisztulása is: tisztulás a tévedésektől, szabadulás az akadályoktól. Ha többről van szó, mint valakinek a kihallgatásáról azért, hogy ítélt hessünk vagy tájékoztornak tud hasuk magunkat, akkor rá kell lépni a soha be nem teljesülő, mégis tökéletesedő párbeszéd útjára, időt és megértést áldozva. Ha társidő nélkül. A türelmetlenség, aszisztencia. A lélek egyenlete nem olyanok, mint az iskolai dolgozatírás témái, amelyeket előírt időn belül, előzőleg megismerve szerint meg lehet oldani. A lélekből előtörő szövegeket alaposan és elfogulatlanul kell tanulmányoznunk, mert erőltethetünk ugyan megoldási mintákat, de eredményre nem jutunk, ha nem hamis gyökökkel kápráztatjuk, s egyben vezetőjük félre önmagunkat. Mily bonyolult az emberi lélek, s vajon jában mily egyszerű a követendő eljárás! Akár csak az egyenletek világában. S a szeretete sem szígyelembe vonni a tevékenység gyakorlásának eredményeközé, hiszen a tudósi szeretékutatásának tárgyát: időt, erőt, és gyónt áldoz fel azért, hogy kapcsolatot találjon a lélekkel. A titokzatos emberi lélek is megérdemel ennyit.

Szép ez az optimizmus, de a borúlátásnak is megvan a művészi kifejezése. „A Szíriusz van tőlem távolabb, vagy egy-egy társam, jaj, ki mondja meg?” – kérde az érzékeny lélek, amely csak „térbe szét szórt milliomárvaság”-ot lát a találkozás reménye nélkül. Bizony, egy-egy percben őriási erővel tud ránk törni a magány, de a hozánk legközelebb álló melletti is. Lelkesen mondhatjuk a magunkét, s társunk furcsa tekintetéből vesszük észre, hogy akkor és ott lelke messze jár tőlünk. Panasz-kodhatunk, emléthetünk meg nem értést, kiabálhatunk, gyözködhetünk, de a megértés világa nem az erőszak világa, amint a matematika világa sem a tekinthetőség és a szónoklás uralmán alapszik. Ki meggyek a csillagos ég alá, és tudomásul veszem, hogy a rám hunyorgó fény évek óta utazik, amíg eljut hozzám. Nincs erőm csökkenni a közünk lévő távolságot, nem én te remtettem a Galaxist. Ám de fel foghatom azt az üzenetet, amit a távolság ellenére hűségesen és igazán eljuttat hozzám egy létező. Annyit, amennyit. Amennyit tud, amennyit lehet. A csillagászat igazolja,

hogy gyakorta nem is keveset, de legalább eleget.

Regula falsi. Nem tudom, mi van, mi lehet messzebb egymástól: két égitest vagy két lélek. Még is, úgy érzem, hogy a szelidség ege alatt elkezdett párbeszédnek, a sponán, mert nem ki erőltetett megnyilvánulásoknak a során üzenetek indultnak egymás felé, többet érthetünk egymásból, jobban becsülhetjük egymás szintjét, többet érhetünk egymásból, jobban becsülhetjük magunkat egymáshoz, jó akarat tal egyre közelebb. Eközben, talán észre sem vesszük, magunk is formálódunk, válunk. A fizika is azt tanítja, hogy a kapcsolatban álló létezők kölcsönösen hatnak egymásra. Ez a gyón általános törvény.

Minden életkornak megvan a maga szépsége, amely természete szerint tartozik hozzá az élethez. Azért jó megőregni, mert olyan új szépségeket fedezünk fel, amelyekről beszélni szoktak. Csak hogy más a beszéd, és más a tapasztalat. Ilyen szépség a megértés akarása, a megértésre törekvés. Aki azt a bátor szót vettem magának, hogy másokat tanítson, annak mindennap tanulnia kell – mondta Gorkij. Aki azt a bátor szót vettem magának, hogy másokat neveljen, annak mindennap törekednie kell a növekedésére. Mindnyájunk pedagógiája alakul az évek során: a reggel pillanataiban magabiztos, dogmatikus, egy kissé fensőséges, majd okosabb, hajlékonyabb válik a nyugalom, déli órákban. Végeze túljáró akarási és derűs lesz esztére, ami kor megnyitnak az árnyak és lenyugváshoz készülődik a Nap. Az idő tanító ilyenkor módosítja a jogairól és kötelességeiről alkotott felfogását. Gyors előrehaladás helyett inkább megbízható lépéseket készít elő csoportjának. Mielőtt azt keresné, hogy megértsék őt tanítványai, ő igyekszik azok megértésére.

E bekezdés másodikként – némi átalakítással – nem lélektani vagy pedagógiái szakkönyvből vett, hanem egy 75 éves elötte írott francia matematika könyv előszavából. Hűségben ahhoz a gondolathoz, amely egy egyszerű számtanpéldából indult ki azért, hogy amellett érveljen: túrelmelem, gyakorta újrakezdve, abba nem hagyva, a tévedéseken túljutva, egyre jobban megismerhetjük egymás gondolatait, felfogását, érzelmeit.

Regula falsi. Hogy tölthet len az indulás? Formátlan agyagból is lesz szobor, ha van hivátság szobrász. A matematika axióma rögzíti, hogy akár milyen kis számot elég sokszor véve, bármilyen nagy számot meghaladhatunk. Ugyanez az axióma áll egymás megértésére is.

Keveset tudunk? Nehéz az előrejutás? „Két füttyre mindig / Kvarter fele / Nem sok, / de örül ni ez is elég.”

Merza József